Vectors and Matrices operations

Youngung Jeong

인공 지능과 벡터(vector)와 기하(geometry)

AI·딥러닝 기술 기본인데… 수능서 빠지는 기하학

박근태 2018-05-06 18:24:49

스크린 누비는 영웅들, 평창 수놓은 드론쇼도 기하가 탄생시켰다

첨단기술의 출발은 기하
4차 산업혁명 주도하는 핵심기술
벡터 계산 등 기하가 밑바탕
캐나다, AI 연구소 이름 '벡터'로
美·英·日 대입서 심화과정 포함

한국, 기하 교육은 뒷걸음질
한림원 등 과학계 반발에도
2021학년도 수능서 기하 제외
"이공계 인력 기초소양 부실"

2021학년도 수능 수학 출제범위

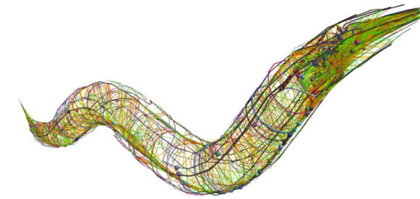
교육과정	가형	나형
공통수학	미포함	2과목 중
수학Ⅰ	포함	포함검토
수학Ⅱ	미포함	포함
미적분	포함	미포함
확률과 통계	포함	포함
기하	미포함 검토	미포함

*수학 가형은 이과생이 주로 응시 자료:교육부

Vectors are very useful!

TensorFlow

예쁜꼬마선충



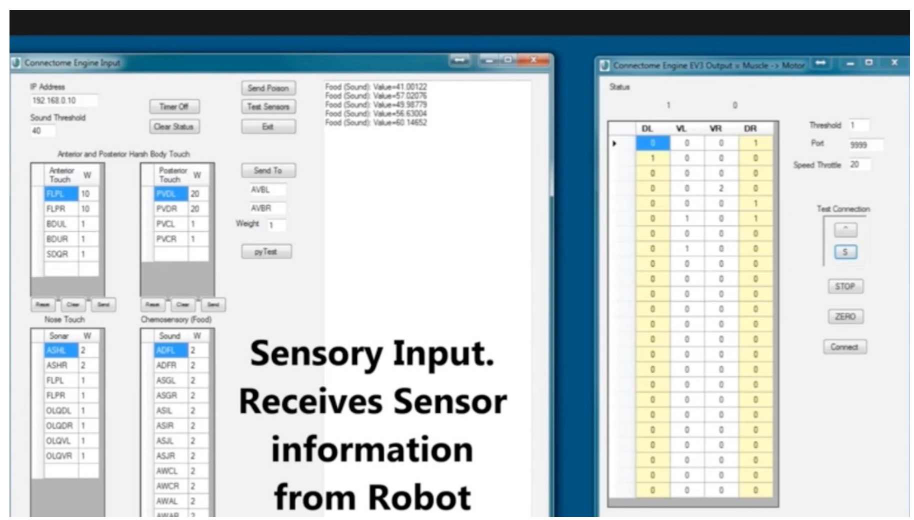
Enter the worm.

OpenWorm

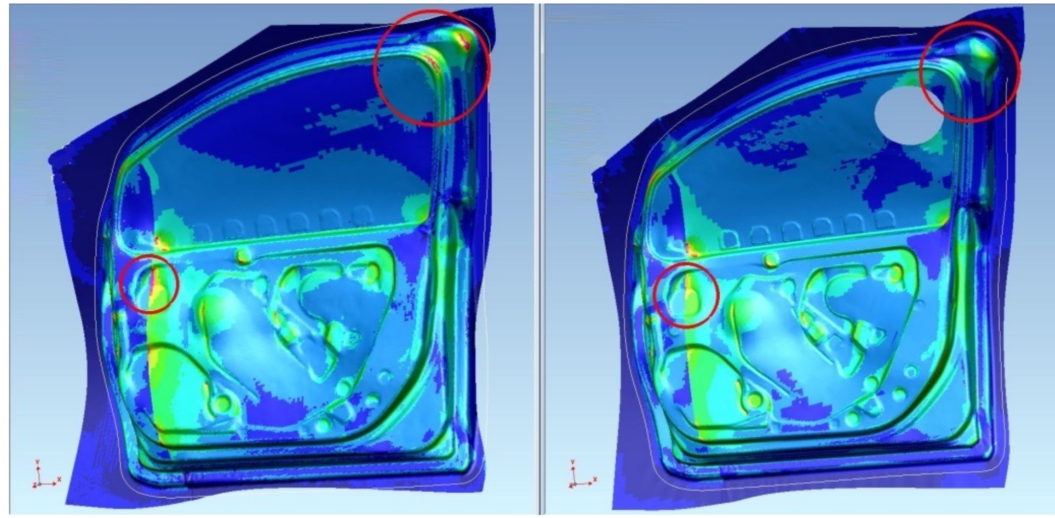
OpenWorm is an open source project dedicated to creating the first virtual organism in a computer.

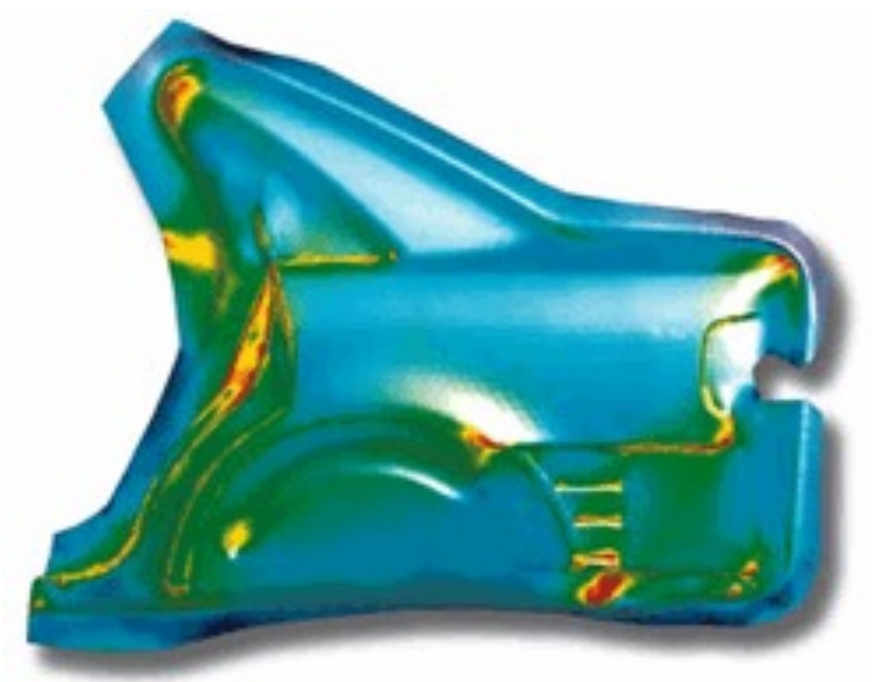
AlphaGo

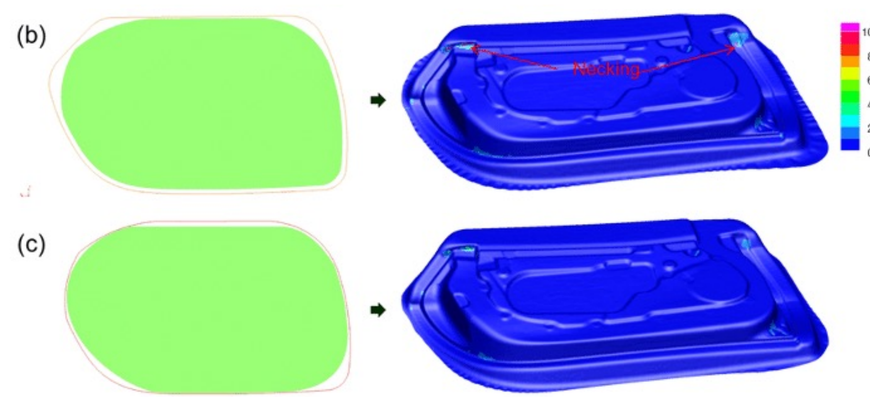
John Graham White



기하, 벡터와 소성가공







나는 수학을 못해

- 많은 학생들은 스스로 수학을 못한다 단정짓는다.
- 많은 학생들은 수학을 매우 어려워한다.
- 수학은 어렵고, 익히는데 시간이 많이 든다.
- 시간이 많이 드는 것은 당신의 지능이 낮아서 그런건 절대 아니다.
- 수학은 '단계적' 학습법이 필요하다 (step-by-step)
- 그리고 practice가 필요하다. 많은 연습문제를 풀어 익혀야 한다.

Why do we study vectors, tensors, coordinate systems?

- **재료는 근원적으로 3차원이며**, 스칼라 물리량만을 사용해서 재료의 거동을 설명할 수 없다.
- 재료의 거동에서 이방성(anisotropy)가 높아, 방향마다 재료의 거동이 달라질 수 있다. (e.g., Miller index)
- 스칼라만을 활용한 물리모형이 간단하여 매우 제한된 이론적 환경에서 물리적 모델의 개념을 설명하는데 간편할 수 있다. 하지만, 실제 3차원 재료나 구조로의 활용도가 매우 제한적이며, 재료가 가진 이방성(anisotropy)을 설명하거나 일반적 재료의 역학 거동을 설명할 수 없다.
- 한방향으로의 길이만 가진 1D 재료는 없다. 따라서 scalar 변형률과 응력으로만 이루어진 재료 구성방정식을 '공학'에 적용하기엔 한계가 있다.

+(FYI) 1차원 재료의 1차원 공간에서의 움직임만 고려한다면 vector, tensor 필요 없을 것.

Nomenclature (표기법)

- Rule(1) 굵은 글씨체(bold face)로 쓰여진 알파벳 기호 (가령 $\boldsymbol{b}$) 는 그 기호가 가르키는 '물리량'이 벡터임을 의미한다.

- Rule(2) 벡터$\boldsymbol{b}$를 구성성분을 사용하여 표기할 수도 있다. $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3)$. 각 구성성분($b_i$ with $i = 1,2,3$)이 <u>굵은 글씨체가 아닌 </u>글씨체로 쓰여져 있음을 확인하라. (왜?)

- Rule(3) 굵은 글씨체문자 $\boldsymbol{A}$ 는 벡터 혹은 2nd order tensor (혹은 3x3 matrix)를 나타내는데 다음과 같이 사용될 수 있다.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

- Rule(4) Chalk board symbol denotes 4th rank tensor $\mathbb{E}$ for elastic modulus.

+(Mnemonic) 굵은 글씨체 문자는 여러 성분(값)으로 이루어진 물리량,
엷은 글씨체는 하나의 성분(값)으로만 이루어져 있다.

Nomenclature (표기법)

- 매트릭스 표기법에서는, 아랫첨자 (also called as indices)를 활용해 구성성분의 행(가로) 과 열(세로)을 나타낸다.
- 예를 들어 A_{ij} 는 i번째행과 j번째렬+을 나타낸다.
- Example: $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$
- 수업시간에 우리는 카테시안 좌표계 ((Cartesian) We preferably use Cartesian coordinates consisting of three basis vectors (often denoted as $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ or equivalently as $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$)*

+(Mnemonic) 행과 열을 구분하여 외우는 팁: 가로세로(o), 세로가로(x); 행렬. 따라서 행은 가로, 열은 세로. Row와 column중 column은 '기둥'을 뜻하고 기둥은 세워져 있다. 따라서 Column은 행, 나머지 row는 열.

*The basis vectors are written in **bold-face**, implying that they are **vectors** not scalars.

Nomenclature (표기법)

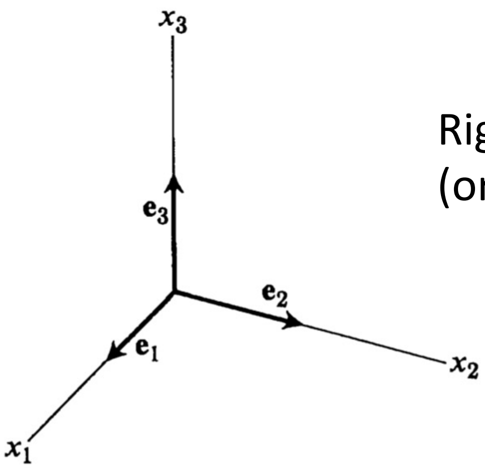
- 매트릭스 표기법에서는, 아랫첨자 (also called as indices)를 활용해 구성성분의 행(가로) 과 열(세로)을 나타낸다.
- 예를 들어 A_{ij} 는 i번째행과 j번째렬+을 나타낸다.
- Example: $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$
- 수업시간에 우리는 카테시안 좌표계(직각좌표계)만 사용할 예정; 카테시안 좌표계는 세개의 (서로수직인) basis vector로 이루어져 있다. 우리는, 각 basis vector를 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 혹은 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}^*$로 표기한다.

+(Mnemonic) 행과 열을 구분하여 외우는 팁: 가로세로(o), 세로가로(x); 행렬. 따라서 행은 가로, 열은 세로. Row와 column중 column은 '기둥'을 뜻하고 기둥은 세워져 있다. 따라서 Column은 행, 나머지 row는 열.

*The basis vectors are written in **bold-face**, implying that they are **vectors** not scalars.

Cartesian coordinate system

- 우리는 ***orthonormal*** 좌표계 (서로 **수직**인 세 **unit vector**가 basis)만 사용하기로 하자.
- Now, we denote these three orthonormal basis vectors as $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ and $\mathbf{e}_3$.



Right-handed Cartesian (orthonormal) coordinate system.

Right-handed ($\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3$)
Left-handed ($\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_3$)

A vector $\boldsymbol{x}$ then can be expressed a linear combination of the three basis vectors such that

$$\boldsymbol{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3$$

벡터 (vector)

- 2차원 공간에서 벡터는 두개의 독립적인 성분(component)으로 구성된다.
  - n차원공간에서 벡터는 n개의 독립적인 성분으로 구성된다.
  - Say, a vector $\boldsymbol{a}$ has two separate components $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$. For example, vector $\boldsymbol{b} = (2,3)$
  - In 3D, a vector has 3 components.
- Length (magnitude) of a vector in 3D.
  - $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{\sum_i^3 a_i^2}$
- vector $\boldsymbol{a}$의 단위 벡터는 다음과 같다.

$$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|} = \left(\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \frac{a_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}\right)$$